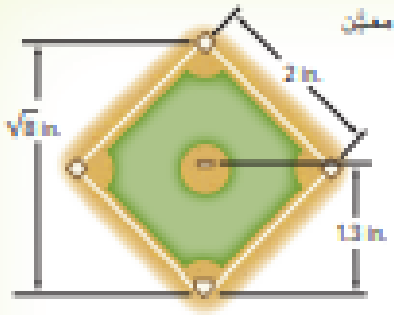
الدرس 10

مقارنة الأعداد الحقيقية

مسائل من الحياة اليومية

الرياضة لدوري كرة البيسبول قواعد تحدد أبعاد معيّن كرة البيسبول. موضع نموذج للمعيّن.



1. وفقًا للنموذج، تبلغ المسافة من قاعدة الضرب إلى القاعدة الرئيسية 1.3 بوصة. هل العدد 1.3 نسبي؟ اشرح.

   نعم: يمكن كتابتها بالشكل $\frac{13}{10}$

2. وفقًا للنموذج، تبلغ المسافة من القاعدة الأولى إلى القاعدة الثانية بوصتين. هل العدد 2 نسبي؟ اشرح.

   نعم: يمكن كتابتها بالشكل $\frac{2}{1}$

3. تبلغ المسافة من القاعدة الرئيسية إلى القاعدة الثانية $\sqrt{8}$ بوصات. باستخدام الحاسبة، أوجد $\sqrt{8}$. هل الناتج منتهيًا أم يبدو متكررًا؟

   2.828427125... الإجابة النموذجية: ليس تكراريًا. إنه يبدو إنهائيًا.

4. لتحديد ما إذا كان العدد منتهيًا باستخدام الحاسبة، اضرب ناتج $\sqrt{8}$ الذي حصلت عليه في نفسه. لا تستخدم الزر x^2. هل الإجابة 8؟

   لا

5. وفق ما توصلت إليه من ناتج، هل يمكنك تصنيف $\sqrt{8}$ كعدد نسبي؟ اشرح.

   لا. إنه ليس عددًا عشريًا دوريًا.

السؤال الأساسي

لم تعد كتابة الأعداد بطرق مختلفة أمرًا مفيدًا؟

المفردات

العدد غير النسبي (irrational number)

العدد الحقيقي (real number)

ممارسات رياضية

1، 3، 4، 6

ما الممارسات الرياضية التي استخدمتها؟

ظلل الدائرة (الدوائر) التي تنطبق.

① البشارة في حل المسائل	⑤ استخدام أدوات الرياضيات
② التفكير بطريقة تجريدية	⑥ مراعاة الدقة
③ بناء فرضية	⑦ الاستفادة من البنية
④ استخدام نماذج الرياضيات	⑧ استخدام الاستنتاجات المتكررة

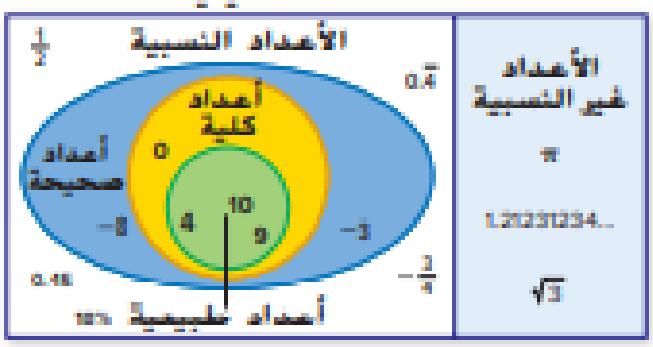
المفهوم الرئيسي

الأعداد الحقيقية

	العدد النسبي	العدد غير النسبي
الشرح	العدد النسبي هو العدد الذي لا يمكن التعبير عنه كنسبة $\frac{a}{b}$، حيث a و b أعداد صحيحة و $b \neq 0$.	**العدد غير النسبي** هو العدد الذي لا يمكن التعبير عنه كنسبة $\frac{a}{b}$، حيث إن a و b عددين صحيحين و $b \neq 0$.
أمثلة	$-9,\ 8,\ 3.76,\ -12\frac{7}{8}$	$\sqrt{2} \approx 1.4142135623$

تسمى الأعداد التي ليست نسبية "الأعداد غير النسبية". الجذر التربيعي لأي عدد غير المربع الكامل غير نسبي. تكون مجموعة الأعداد النسبية مع مجموعة الأعداد غير النسبية مجموعة من **الأعداد الحقيقية**. ادرس مخططات فن (Venn) أدناه.

الأعداد الحقيقية



أمثلة

اذكر جميع مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد حقيقي.

1. $0.2525...$

ينتهي الكسر العشري بنمط متكرر. إنه عدد نسبي لأنه يكافئ $\frac{25}{99}$.

2. $\sqrt{36}$

بما أن $\sqrt{36} = 6$. إذا فهو عدد طبيعي وعدد كلي وعدد صحيح وعدد نسبي.

3. $-\sqrt{7}$

$-\sqrt{7} \approx -2.645751311...$ الكسر العشري غير منته وغير متكرر. لذا فهو عدد غير نسبي.

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للبسائل التالية لتتأكد أنك فهمت.

a. $\sqrt{10}$ b. $-2\frac{2}{5}$ c. $\sqrt{100}$

منطقة العمل

برهن وفسر

اشرح لأحد كيف تعرف أن $\sqrt{2}$ عدد غير نسبي.

الإجابة النموذجية: عندما تستخدم حاسبة، لا ينتهي العدد العشري ولا يتكرر لذا فإن $\sqrt{2}$ عدد نسبي.

a. غير نسبي

b. نسبي

c. محايد، كلي، صحيح، نسبي

المقارنة بين الأعداد الحقيقية وترتيبها

يمكنك مقارنة الأعداد الحقيقية وترتيبها، بكتابتها بنفس الصورة. اكتب الأعداد بالصورة العشرية قبل مقارنتها أو ترتيبها.

أمثلة

ضع في كل دائرة ◯ الرمز $<$ أو $>$، أو $=$ لتكوين عبارة صحيحة.

4. $\sqrt{7}$ ◯ $2\frac{2}{3}$

$\sqrt{7} \approx 2.645751311...$

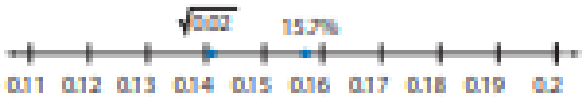
$2\frac{2}{3} = 2.666666666...$

بما أن $2.645751311...$ أصغر من $2.666666666...$ ، إذًا $\sqrt{7} < 2\frac{2}{3}$

5. 15.7% ◯ $\sqrt{0.02}$

$15.7\% = 0.157$

$\sqrt{0.02} \approx 0.141$



بما أن 0.157 أكبر من 0.141 ، إذًا $15.7\% > \sqrt{0.02}$

6. رتِّب مجموعة الأعداد $\{\sqrt{30}, 6, 5\frac{4}{5}, 5.3\overline{6}\}$ من الأصغر إلى الأكبر. تحقق من إجابتك بالتمثيل البياني على خط أعداد.

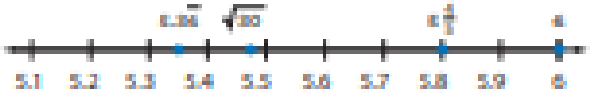
اكتب كل عدد كعدد عشري، ثم رتِّب الكسور العشرية.

$\sqrt{30} \approx 5.48$

$6 = 6.00$

$5\frac{4}{5} = 5.80$

$5.3\overline{6} \approx 5.37$



من الأصغر إلى الأكبر، يكون الترتيب كالتالي $5.3\overline{6}$ ، $\sqrt{30}$ ، $5\frac{4}{5}$ ، 6

تأكد من فهمك أوجد حلولاً للبنود التالية لتتأكد أنك فهمت.

d. $\sqrt{11}$ ◯ $3\frac{1}{3}$ — **(>)**

e. $\sqrt{17}$ ◯ 4.03 — **(<)**

f. $\sqrt{6.25}$ ◯ 250% — **(=)**

g. رتِّب مجموعة الأعداد $\{-7, -\sqrt{60}, -7\frac{7}{10}, -\frac{66}{9}\}$ من الأصغر إلى الأكبر.

تحقق من إجابتك بالتمثيل البياني على خط الأعداد أدناه.

g. -7 ، $-\frac{66}{9}$ ، $-7\frac{7}{10}$ ، $-\sqrt{60}$

مثال

7. في يوم مشرق، يبلغ عدد الأميال التي يستطيع المرء رؤيتها من الأفق حوالي 1.23 مرة للجذر التربيعي لمسافته من الأرض بالقدم. افترض أن فريدة على بعد 1250 قدمًا من منصة مراقبة مبنى الإمباير ستيت وكندة على بعد 1362 قدمًا من منصة مراقبة برج الحرية. ما المسافة التي تستطيع كندة رؤيتها أبعد من فريدة؟

استخدم صاسبة لتقريب المسافة التي يمكن لكل منهما رؤيتها.

فريدة: $1.23 \times \sqrt{1,250} \approx 43.49$ ... كندة: $1.23 \times \sqrt{1,362} \approx 45.39$

يمكن لكندة أن ترى 43.49 – 45.39 أو 1.90 ميلاً أبعد من فريدة.

تمرين موجه

اذكر جميع مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد حقيقي. الأمثلة 1–3

1. 0.969595... — غير نسبي
2. $\sqrt{64}$ — صحيح، نسبي
3. $\sqrt{17}$ — نسبي

ضع في كل دائرة ◯ الرمز < أو >، أو = لتكوين عبارة صحيحة. المثالان 4 و 5

4. $\sqrt{15}$ ◯ 3.5 — $\sqrt{15} < 3.5$
5. $\sqrt{2.25}$ ◯ 150% — $\sqrt{2.25} = 150\%$
6. $\sqrt{6.2}$ ◯ $2.\overline{4}$ — $\sqrt{6.2} < 2.\overline{4}$

7. رتّب مجموعة الأعداد $\{\sqrt{5}, 220\%, 2.25, 2.\overline{2}\}$ من الأصغر إلى الأكبر. تحقق من إجابتك بالتمثيل البياني على خط أعداد. المثال 6

$220\%, 2.\overline{2}, \sqrt{5}, 2.25$

8. يمكن استخدام الصيغة $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ لإيجاد مساحة A بأحد البطئات.
المتغيرات a و b و c هي أطوال الأضلاع و s هو نصف طول محيط البطء.
استخدم الصيغة لإيجاد مساحة مثلث تبلغ أطوال أضلاعه 7 سنتيمتر و 9 سنتيمتر و 10 سنتيمتر.

المثال 7 حوالي $30.6\ cm^2$

9. **الاستفادة من السؤال الأساسي** كيف تختلف الأعداد الحقيقية عن الأعداد غير النسبية؟

الإجابة النموذجية: تحتوي الأعداد الحقيقية على مجموعات من الأعداد النسبية وغير النسبية. لذا فإن كل الأعداد غير النسبية أعداد حقيقية ولكن ليست كل الأعداد الحقيقية أعدادًا غير نسبية.

قيّم نفسك!

إلى أي مدى تفهم قسمة الأعداد الحقيقية؟ ارسم دائرة حول الصورة المناسبة.

تمارين ذاتية

اذكر جميع مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد حقيقي. الأمثلة 1-3

1. $\frac{2}{3}$ نسبي

2. $-\sqrt{20}$ غير نسبي

3. $7.2\overline{7}$ نسبي

4. $\frac{12}{4}$ صحيح، كلي، نسبي

ضع في كل دائرة ◯ الرمز < أو >، أو = لتكوين عبارة صحيحة. الأمثلة 4 و 5

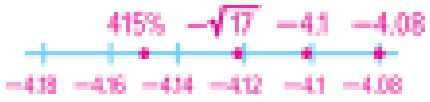
5. $\sqrt{10}$ ◯ 3.2 — $\sqrt{10} > 3.2$

6. $5\frac{1}{6}$ ◯ $5.1\overline{6}$ — $5\frac{1}{6} = 5.1\overline{6}$

7. $2.2\overline{1}$ ◯ $\sqrt{5.2}$ — $2.2\overline{1} > \sqrt{5.2}$

رتّب كل مجموعة من الأعداد من الأصغر إلى الأكبر. تحقق من إجابتك بالتمثيل البياني على خط أعداد. المثال 6

8. $\{-415\%, -\sqrt{17}, -4.\overline{1}, -4.08\}$



$-415\%, -\sqrt{17}, -4.\overline{1}, -4.08$

9. $\{\sqrt{5}, \sqrt{6}, 2.5, 2.55, \frac{7}{3}\}$

$\sqrt{5}, \frac{7}{3}, \sqrt{6}, 2.5, 2.55$

10. يمكن استخدام المعادلة $s = \sqrt{30fd}$ لإيجاد سرعة سيارة s بالأميال في الساعة عند توافر طول علامة الانزلاق بالقدم d ومعامل الاحتكاك بالطريق f. قاس رجال الشرطة علامة انزلاق بطول 90 قدمًا على طريق خرسانة جاف. إذا كان حد السرعة 35 mph. فكم كانت سرعة السيارة؟

عامل الاحتكاك		
الطريق	الخرسانة	القطران
مبلل	0.4	0.5
جاف	0.8	1.0

اشرح. المثال 7

نعم؛ $\sqrt{30 \times 0.8 \times 90} \approx 46$، لذا كانت تُسرع السيارة.

11. يمكن إيجاد مساحة السطح بالمتر المربع لجسم إنسان باستخدام التعبير $\sqrt{\frac{hm}{3,600}}$ حيث إن h هو الارتفاع بالسنتيمتر و m هو الكتلة بالكيلو جرام. أوجد مساحة سطح ولد يبلغ من العمر 15 عامًا بارتفاع 183 سنتيمترًا وكتلة 74 كيلو جرامًا. المثال 7

حوالي $1.9\ m^2$

12. **مراعاة الدقة** اكتب وصفًا موجزًا لكل نوع من الأعداد الموضحة بخريطة المفاهيم وأعط مثالاً عليه.

الإجابة النموذجية:

طبيعي	كلي	صحيح	نسبي	غير نسبي
أعداد الحساب: 1، 2، 3	أعداد الحساب و0	الأعداد الكلية ومعكوساتها: 2−	الأعداد الصحيحة، كل ÷/− الكسور والكسور العشرية الدورية: 1.2−	الكسور العشرية التي لا تتكرر: $\sqrt{35}$

احسب القيمة ثم ضع في كل دائرة ◯ الرمز < أو > أو = لتكوين عبارة صحيحة.

13. 3π (<) $\sqrt{78}$

14. π^2 (>) $3 \cdot \sqrt{15}$

15. $\sqrt{980}$ (>) $4\pi^2$

مهارات التفكير العليا

16. **استخدام مثال مضاد** أعط مثالاً مضادًا على العبارة التي تقول جميع الجذور التربيعية أعداد غير نسبية. اشرح استنتاجك.

الإجابة النموذجية: $\sqrt{4} = 2$؛ 2 عدد نسبي

المثابرة في حل المسائل وضح ما إذا كانت العبارات التالية صحيحة دائمًا أو أحيانًا أو ليست صحيحة على الإطلاق. إذا كانت إحدى العبارات ليست صحيحة دائمًا، فاشرح.

17. تُعد الأعداد الصحيحة أعدادًا نسبية. دائمًا أحيانًا؛ يُعد العدد 3 أو $\frac{3}{1}$ عددًا نسبيًا وغير صحيح ولكن $\frac{2}{3}$ يُعد عددًا نسبيًا

18. تُعد الأعداد النسبية أعدادًا صحيحة. وليس عددًا صحيحًا

19. ناتج ضرب عدد نسبي وعدد غير نسبي غير صفري يكون غير نسبي. دائمًا

الإجابة النموذجية: $1.5 \cdot \sqrt{2} = 1.41$

20. **استخدام نماذج الرياضيات** حدد عددين ، عدد نسبي وعدد غير نسبي، يقعان بين 1.4 و 1.5. استخدم التقريب العشري للأعداد غير النسبية لأقرب منة.

حقوق الطبع والنشر © محفوظة لصالح شركة ماكجرو هيل التعليم

تمرين إضافي

21. اذكر جميع مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها $\sqrt{10}$.

غير نسبي

$\sqrt{10} \approx 3.16227766...$ بما أن الكسر العشري لا ينتهي أو يتكرر، إذًا فهو عدد غير نسبي.

22. ضع في الدائرة ◯ إشارة $<$، $>$، أو $=$ لتجعل العبارة $5.1\overline{5}$ ◯ $\sqrt{26}$ عبارة صحيحة.

$>$

اكتب كل عدد ككسر عشري.

$5.1\overline{5} = 5.155555...$

$\sqrt{26} = 5.099019...$

بما أن $5.155555...$ أكبر من $5.099019...$، إذًا

$5.1\overline{5} > \sqrt{26}$

اذكر جميع مجموعات الأعداد التي ينتمي إليها كل عدد حقيقي.

23. 14

طبيعي، كلي، صحيح، نسبي

24. $-\sqrt{16}$

صحيح، نسبي

25. $-\sqrt[3]{90}$

غير نسبي

ضع في كل دائرة ◯ الرمز $<$ أو $>$، أو $=$ لتكوين عبارة صحيحة.

26. $\sqrt{12}$ ◯ 3.5

$>$

27. $6\frac{1}{3}$ ◯ $\sqrt[3]{240}$

$<$

28. 240% ◯ $\sqrt{5.76}$

$=$

29. بكم يكون محيط مربع تبلغ مساحته 250 مترا مربعا أكبر من مربع تبلغ مساحته 125 متر مربع؟

18.52 m

30. **البنائية في حل المسائل** في المتتالية 4, 12, ■, 108, 324, ... يمكن إيجاد العدد المحذوف من طريق تبسيط $\sqrt{ab}$ حيث إن a و b هما العددان الواقعان على جانبي العدد الناقص. أوجد العدد الناقص.

36

ضع في كل دائرة ◯ الرمز $<$ أو $>$، أو $=$ لتكوين عبارة صحيحة.

31. $3 + \sqrt{7}$ ◯ 6

$<$

32. $4 - \sqrt{10}$ ◯ $\sqrt{2}$

$<$

33. 13 ◯ $8 + \sqrt{20}$

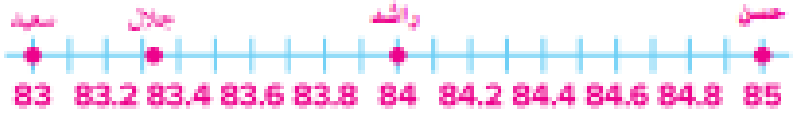
$>$

حقوق الطبع محفوظة © مؤسسة نماء للبحوث والدراسات

انطلق! تمرين على الاختبار

34. أعطى السيد جاسم لطلابه اختبارًا من 100 درجة.
حصل راشد على 84%. بينما حصل جلال على $\frac{21}{25}$ من إجمالي الدرجات. وحصل حسن على $\sqrt{7225}$ درجة. بينما حصل سعيد على $\frac{83}{100}$ درجة. مثّل درجات الطلاب بيانيًا بنقاط على خط الأعداد.

عدد النقاط



أي طالب حصل على أعلى درجة؟

حسن

35. يبلغ طول قطر غرفة على شكل مستطيل $\sqrt{289}$ قدم. إلى أي مجموعات الأعداد ينتمي العدد $\sqrt{289}$ ؟ حدد كل ما ينطبق.

- [x] حقيقي
- [x] نسبي
- [ ] غير نسبي
- [x] كلي
- [x] صحيح
- [x] طبيعي

مراجعة شاملة

36. رتّب مجموعة الأعداد $(7, \sqrt{53}, \sqrt{32}, 6)$ من الأصغر إلى الأكبر.

$\sqrt{32}, 6, 7, \sqrt{53}$

أوجد حل كل من المعادلات التالية.

37. $t^2 = 25$ 5 أو -5

38. $y^2 = \frac{1}{49}$ $\frac{1}{7}$ أو $-\frac{1}{7}$

39. $0.64 = a^2$ 0.8 أو -0.8

احسب قيمة كل تعبير مما يلي. عبّر عن النتيجة في هيئة ترميز علمي.

40. $(7.2 \times 10^4)(1.1 \times 10^{-6}) = 7.92 \times 10^{-2}$

41. $(3.6 \times 10^3) + (5.7 \times 10^5) = 5.736 \times 10^5$

البلد	المجتمع السكاني
الصين	1.3×10^9
الهند	1.2×10^9
إندونيسيا	2.3×10^8
الولايات المتحدة الأمريكية	3.1×10^8

42. يوضح الجدول عدد السكان التقريبي لعدة بلدان.

رتّب الدول من حيث عدد السكان الأكبر إلى الأصغر.

العراق، عمان، الإمارات العربية المتحدة، الأردن